

# 椭圆匹配法及其在序列细胞图象 3-D 配准中的应用\*

章毓晋

(清华大学电子工程系,北京 100084)

**摘要** 在由序列医学切片图象重建三维细胞的过程中,对同一细胞在相邻切片中各剖面的配准是关键的一步。本文介绍一种借助转动惯量计算构造细胞剖面的等效椭圆并进一步对等效椭圆匹配以获得所需的几何变换进行剖面配准的自动方法。该方法已用于人体骨髓中巨核细胞的 3-D 配准并取得满意的效果。

**关键词** 三维重建,图象配准,几何变换,序列切片,惯量椭圆。

## 1 引言

图象的配准一般是指对两幅相互移动或变形的图象(或图象中的目标)通过借助几何变换对它们的相对平移,旋转和尺寸变换等进行校正的图象处理过程。传统的图象配准方法主要分为两类。一类是借助相关技术进行匹配的相关法<sup>[1]</sup>。另一类是加入或选择定位点以进行匹配的的定位点法<sup>[2]</sup>。前者的缺点是计算量很大而后者则常需要人的干预以确定定位点。在要配准的图象数量较大或需自动配准的应用中上述两类方法均不易满足要求。近来还有人提出借助目标本身形状的特征点进行配准的方法<sup>[3]</sup>。但该方法所选用的各特征点定义相似,算出的特征点位置常很接近。因此当目标比较紧凑时,配准误差较大。另外该方法不适合配准轴对称的目标,因为此时各特征点重合,所需几何变换无法计算。在三维医学图象处理中,常需对切片序列进行配准以重建三维目标。我们在对人体骨髓序列切片中巨核细胞进行三维重建的过程中就遇到了图象配准的问题<sup>[4]</sup>。考虑到这里需配准的是大量分割出来的细胞剖面且相邻切片内容变化较大,以上几种方法都不太适合我们的要求。为此我们研究了一种新的配准方法,并在实用中取得了满意的效果。

## 2 方法原理介绍

我们研究的配准方法借助了刚体动力学中刚体转动惯量的概念对图象中待配准目标进行表达和描述。它通过计算目标的转动惯量来构造目标的等效椭圆并借助等效椭圆间的匹配以获得所需几何变换来配准目标。这种方法因而称为椭圆匹配法。它主要有以下 3 个步骤:

### 2.1 计算图象中待配准目标的惯量椭圆

刚体在转动时的惯性可用刚体的转动惯量来量度<sup>[5]</sup>。设一个刚体具有  $N$  个质点,它们的质量分别为  $m_1, m_2, \dots, m_N$ , 它们的坐标分别为  $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), \dots, (x_N, y_N, z_N)$ , 那么这个刚体绕某一轴线  $L$  的转动惯量  $I$  可表示为:

$$I = \sum_{i=1}^N m_i d_i^2 \quad (1)$$

式中  $d_i$  表示质点  $m_i$  与旋转轴线  $L$  的垂直距离。如果  $L$  通过坐标系原点,且其方向余弦为  $\alpha, \beta, \gamma$ , 那么可把式(1)写成:

$$I = A\alpha^2 + B\beta^2 + C\gamma^2 - 2F\beta\gamma - 2G\gamma\alpha - 2H\alpha\beta \quad (2)$$

式中  $A = \sum m_i(y_i^2 + z_i^2), B = \sum m_i(z_i^2 + x_i^2), C = \sum m_i(x_i^2 + y_i^2)$  分别是刚体绕  $X, Y, Z$  坐标轴的转

\* 本工作得到国家自然科学基金(69672029)和教委留学回国人员科研资助费部分资助(SCF-F1994660)

收稿日期:1996-06-15;收到修改稿日期:1997-05-28

动惯量, 而  $F = \sum m_i y_i z_i, G = \sum m_i z_i x_i, H = \sum m_i y_i x_i$  称做惯性积。

式(2)可用一种简单的几何方式来解释。首先我们知道等式

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 - 2Fyz - 2Gzx - 2Hxy = 1 \quad (3)$$

表示一个中心在坐标系原点的二阶曲面(锥面)。如果用  $r$  表示从原点到该曲面的矢量, 且具有方向余弦  $\alpha, \beta, \gamma$ , 则将式(2)代入可把式(3)写成:

$$r^2(A\alpha^2 + B\beta^2 + C\gamma^2 - 2F\beta\gamma - 2G\gamma\alpha - 2H\alpha\beta) = r^2 I = 1 \quad (4)$$

现在来看式(4)的右半部。因为  $I$  总大于零, 所以  $r$  必为有限值, 即曲面是封闭的。考虑到这是一个二阶曲面, 所以必是一个椭圆球, 称为惯量椭圆球。这个惯量椭圆球有 3 个互相垂直的主轴。对匀质的惯量椭圆球, 任 2 个主轴共面的剖面是一个椭圆, 称为惯量椭圆。每幅 2-D 图象可看做一个面状刚体, 对这个面上的每个待配准目标都可求得一个对应的惯量椭圆, 它反映了目标上各点的空间分布情况。

上述惯量椭圆可由其两主轴的方向和长度完全确定。惯量椭圆两主轴的方向可借助线性代数中求特征值的方法求得<sup>[5]</sup>。设两主轴的斜率分别是  $k$  和  $l$ , 我们可得:

$$k = \frac{1}{2H} [(A - B) - \sqrt{(A - B)^2 + 4H^2}] \quad (5)$$

$$l = \frac{1}{2H} [(A - B) + \sqrt{(A - B)^2 + 4H^2}] \quad (6)$$

进一步我们可解得惯量椭圆的 2 个半主轴长( $p$  和  $q$ )分别为:

$$p = \sqrt{2 / [(A + B) + \sqrt{(A - B)^2 + 4H^2}]} \quad (7)$$

$$q = \sqrt{2 / [(A + B) - \sqrt{(A - B)^2 + 4H^2}]} \quad (8)$$

由以上 4 式可知, 对任一个边界已确定的目标, 它所对应的惯量椭圆可直接算得。

## 2.2 计算图象中待配准目标的等效椭圆

借助目标所对应的惯量椭圆我们可进一步对每一目标算得一个等效椭圆以帮助目标配准。在一般的配准工作中目标的平移、旋转和尺度变换都需要考虑。为此我们需确定等效椭圆的中心坐标, 朝向角(定义为椭圆长主轴与  $X$  轴正向的夹角)和长主轴长度以分别获得进行 3 种变换所需的参数。首先, 为了让等效椭圆也代表原目标在空间的位置, 等效椭圆的中心坐标  $(x_c, y_c)$  就取为目标重心, 即:

$$x_c = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (9)$$

$$y_c = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \quad (10)$$

其次, 等效椭圆的朝向角  $\phi$  可借助目标所对应的惯量椭圆求得:

$$\phi = \begin{cases} \tan^{-1}(k) & \text{if } A < B \\ \tan^{-1}(l) & \text{if } A > B \end{cases} \quad (11)$$

最后, 等效椭圆的 2 个半主轴长( $a$  和  $b$ )分别取为与惯量椭圆的 2 个半主轴长( $p$  和  $q$ )成比例, 这样惯量椭圆和等效椭圆具有相同的形状参数。为用等效椭圆去近似逼近原目标(见下), 还需借助目标面积  $M$  对轴长进行归一化。这样在  $A < B$  时, 等效椭圆半长主轴的长度  $a$  可由下式计算:

$$a = \sqrt{2[(A + B) - \sqrt{(A - B)^2 + 4H^2}] / M} \quad (12)$$

上述计算过程可参见图 1, 即由目标(刚体)借助转动惯量可求得与目标对应的惯量椭圆, 再由目标的重心位置和惯量椭圆的形状参数并考虑目标面积来确定目标的等效椭圆。如果目标本身为椭圆, 它与它的等效椭圆是完全相同的(这是归一化的结果)。在一般情况下目标等效椭圆是目标在转动惯量和面积两方面的近似(并不同时相等)。

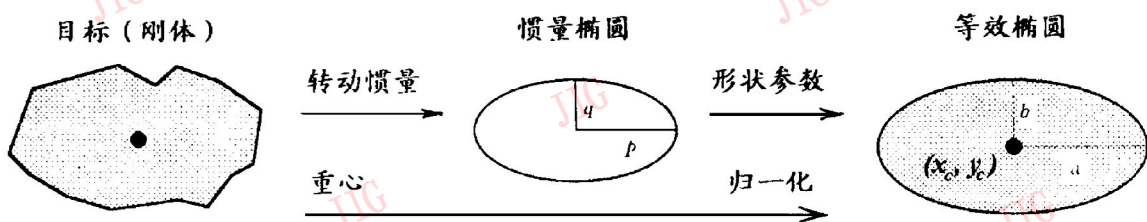


图 1 计算惯量椭圆和等效椭圆的示意图

Fig. 1 Sketch showing the calculation of ellipse of inertia and equivalent ellipse

### 2.3 匹配等效椭圆以获得配准所需的几何变换

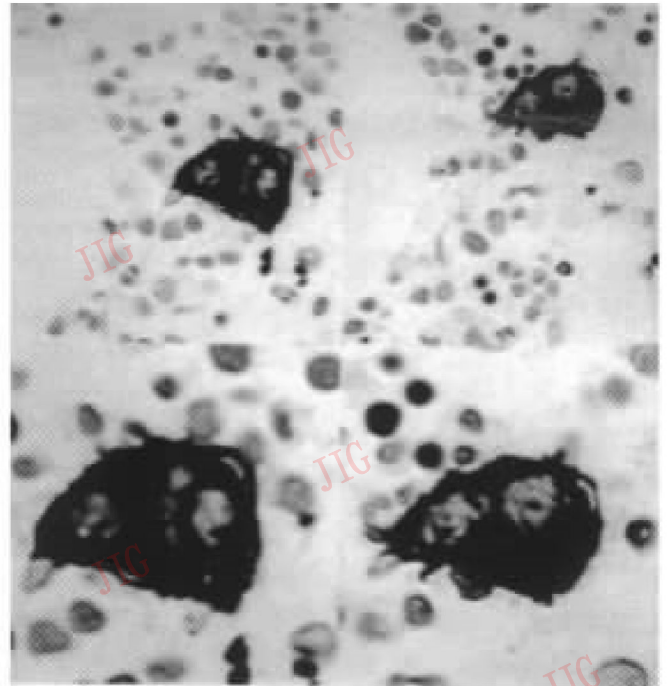
从目标配准的角度来看,由于序列图象中每个目标都可用它的等效椭圆来表示,所以对目标的配准问题就可转化为对其等效椭圆的匹配以及基于匹配求得对目标进行几何校正所需的各个参数的问题。本方法中等效椭圆各参数可分别用式(9)~(12)计算,所以等效椭圆的匹配可分别进行。两目标配准所需几何校正的 3 种变换的参数可独立计算。具体说来,所需平移参数可根据两椭圆中心坐标差算得,所需旋转参数可根据两椭圆朝向角度差算得,所需尺度变换参数可根据两椭圆长轴长度比例算得。

## 3 应用实例和讨论

上述配准方法曾用于对人体骨髓序列切片中巨核细胞的三维重建工作中<sup>[4]</sup>。巨核细胞的直径一般在 20 多微米,而所用切片的厚度为 2 微米,所以一个细胞常被切成 10 多个剖面。因为每个切片在制作过程中是用手工放置在玻璃片上的,所以遇到的主要问题是平移和旋转。图 2(A)和(B)分别给出两连续切片上对应同一细胞的两个相邻剖面图。从图中可见它们之间既有相对平移也有相对旋转。因为相对位移较大,所以这里只好用较低的图象分辨率显示以保证整个细胞剖面落在图中。从这两幅图可看出,尽管两切片相邻,但细胞内部和周围结构的变化都是较大的。对这样的图不论是寻找对应的定位点或进行相关运算都比较困难。另一方面,由于细胞形状比较紧凑,如使用形状特征点法效果也不好。

本文介绍的配准方法比较适合解决这类问题。用本文方法对图 2(A)和(B)进行配准的结果分别见图 2(C)和(D)。因为配得比较精确,所以这里可用较高分辨率显示。当一个细胞跨越许多切片时,为避免按切片次序跟踪剖面两两配准会产生的累积误差可将每个细胞剖面都直接和一个预定的共同标准进行配准。具体来说,平移配准可以图象中心为标准。因为用本方法可将细胞的绝对朝向确定出来,所以可将每个细胞都按长主轴与 X 轴平行进行旋转配准。尺度配准则要考虑图象的大小,保证细胞剖面不与图象边缘相交。图 2(C)和(D)就是这样配准的。由配准图可见平移和旋转的影响都已消除。

实际中所用的每个切片上都有 100 多个不同细胞的剖面。所以完整配准过程的第一步是先确定剖



$\begin{matrix} A & B \\ C & D \end{matrix}$

图 2 配准实例

Fig. 2 A real example of registration

面的对应性,再设法用本配准方法进行几何校正。我们用上述方法对 15 个连续切片上的约 1 700 个细胞剖面进行了配准工作,并根据配准结果重建了许多完整的 3-D 巨核细胞<sup>[4]</sup>。

## 4 结束语

本文介绍了一种自动的图象目标配准方法,并介绍了它在实际使用中的情况。它与相关法相比计算量要小,特别是对每个目标只需算一次就可用于以后所有的匹配工作。它与定位点法相比配准工作不需人的干预可完全自动进行,并且在图象细节内容变化较大时也能工作。它与形状特征点法相比配准精度提高且更抗噪声。因为转动惯量是一种全局量,是对物体的一种整体描述,所以目标边界毛刺(常由噪声造成)等对配准的影响可基本消除。另外形状特征点法需要先确定各个变换的次序以计算整体校正变换矩阵<sup>[3]</sup>,而本方法具有 3 种变换互易的特点(证明见附录)。这样就不需预先确定各个变换次序,实用中比较灵活方便。我们期望这种方法将会在更多的配准工作中得到应用。

参考文献

- 1 Goshtasby A, et al. A Two-stage Cross Correlation Approach to Template Matching. IEEE Trans. PAMI, 1984, 6, 374~378.
- 2 Toga A W, Arnica T L. Image Analysis of Brain Physiology. IEEE CG&A, 1985, 12, 20~25.
- 3 Merickel M. 3D Reconstruction: The Registration Problem. CVGIP, 1988, 42, 206~219.
- 4 Zhang Y J. 3-D Image Analysis System and Megakaryocyte Quantitation. Cytometry, 1991, 12, 308~315.
- 5 周衍柏. 理论力学. 南京:江苏科学技术出版社, 1979.
- 6 Pavlidis T. Algorithms for Graphics and Image Processing. Springer-Verlag, 1982.

附录 A

椭圆匹配法中平移与旋转及尺度变换具有互易性的证明:

一般情况下,旋转和尺度变换具有互易性,而平移与旋转及尺度变换并不总有互易性<sup>[3]</sup>。在本文介绍的方法中由于 3 个变换可独立进行,我们能证明平移与旋转及尺度变换均具有互易性。

(1) 平移与旋转的互易性

先看旋转后平移的情况。点  $(x, y)$  绕中心点  $(x_c, y_c)$  旋转  $\theta$  角后的新坐标  $(x_r, y_r)$  为<sup>[6]</sup>:

$$\begin{bmatrix} x_r \\ y_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_c \\ y - y_c \end{bmatrix} \tag{A1}$$

该点再经过在 X 和 Y 方向各为  $\delta_x$  和  $\delta_y$  的平移后的新坐标  $(x_{rt}, y_{rt})$  为:

$$\begin{bmatrix} x_{rt} \\ y_{rt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_c \\ y - y_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \end{bmatrix} \tag{A2}$$

再看平移后旋转的情况。点  $(x, y)$  经过在 X 和 Y 方向各为  $\delta_x$  和  $\delta_y$  的平移后的新坐标  $(x_t, y_t)$  为:

$$\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \end{bmatrix} \tag{A3}$$

下面考虑将该点再绕中心点  $(x_c, y_c)$  旋转  $\theta$  角,注意这里中心点  $(x_c, y_c)$  也因平移而变为:

$$\begin{bmatrix} x_{ct} \\ y_{ct} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \end{bmatrix} \tag{A4}$$

所以点  $(x, y)$  绕新中心点旋转后的新坐标  $(x_{tr}, y_{tr})$  为:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_{tr} \\ y_{tr} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x_{ct} \\ y_{ct} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_t - x_{ct} \\ y_t - y_{ct} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_c \\ y - y_c \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{A5}$$

上式右边与式(A2)相同,即  $x_{tr} = x_{rt}, y_{tr} = y_{rt}$ ,所以平移和旋转可互易。

(2) 平移与尺度变换的互易性

先看尺度变换后平移的情况。点  $(x, y)$  经过在 X 和 Y 方向分别为  $s_x$  和  $s_y$  的尺度变换后的新坐标  $(x_s, y_s)$  为<sup>[6]</sup>:

$$\begin{bmatrix} x_s \\ y_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_c \\ y - y_c \end{bmatrix} \tag{A6}$$

在此基础上再经过在 X 和 Y 方向各为  $\delta_x$  和  $\delta_y$  的平移后的新坐标  $(x_{st}, y_{st})$  为:

$$\begin{bmatrix} x_{st} \\ y_{st} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_c \\ y - y_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \end{bmatrix} \tag{A7}$$

再看平移后尺度变换的情况。对平移来说式(A3), (A4)成立。在此基础上再经过在 X 和 Y 方向分别为  $s_x$  和  $s_y$  的尺度变换后的新坐标  $(x_{ts}, y_{ts})$  为:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_{ts} \\ y_{ts} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x_{ct} \\ y_{ct} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_t - x_{ct} \\ y_t - y_{ct} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_c \\ y - y_c \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{A8}$$

上式右边与式(A6)相同,即  $x_{ts} = x_{st}, y_{ts} = y_{st}$ ,所以平移和尺度变换可互易。



章毓晋,清华大学电子工程系教授,《中国图象图形学报》编委。1989年在比利时列日大学获博士学位,从1989年至1993年在荷兰德尔夫特大学作博士后及研究工作,1993年到清华大学电子工程系工作,1994年起任图象信息教研室副主任。主要研究兴趣是图象工程(图象处理、分析和理解以及它们的工程应用)。已经在上述领域发表了50多篇研究论文。

(下转 584 页)